Középiskolai MTA Alumni program az Orosházi Táncsics Mihály Gimnázium és Kollégiumban

A Középiskolai MTA Alumni program keretében 2023. 03. 14-én, a Nemzetközi π-napon előadást tartott az Orosházi Táncsics Mihály Gimnázium és Kollégiumban a matematika munkaközösség közreműködésével és Seres Erzsébet szervezésében Dr. Csizmadia László (főiskolai docens, adjunktus) a Szegedi Tudományegyetem oktatója.

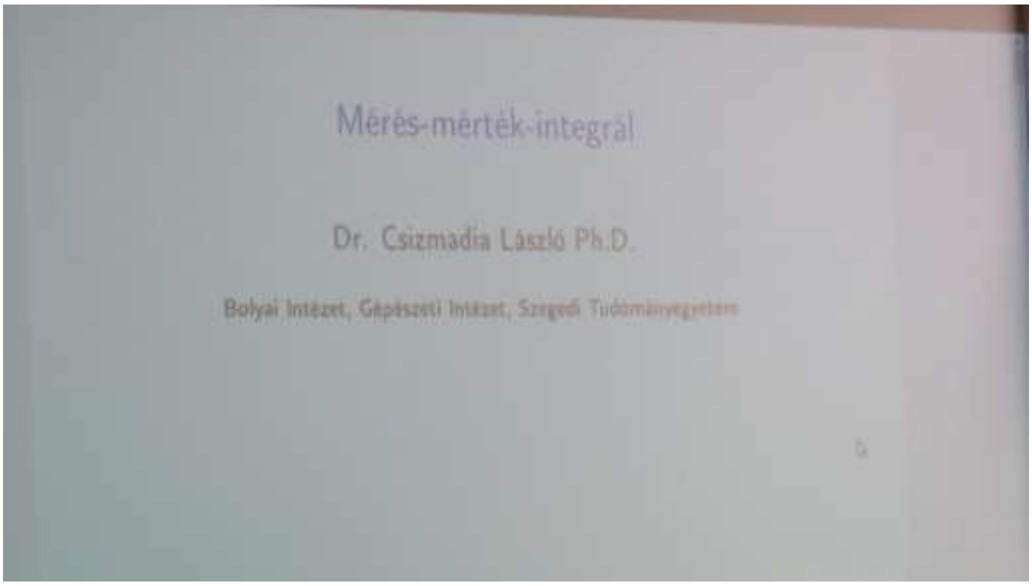
Az előadás címe Mérés-mérték-integrál volt. Az előadáson az iskola matematika tagozatos tanulói és oktatási partnerei vettek részt.

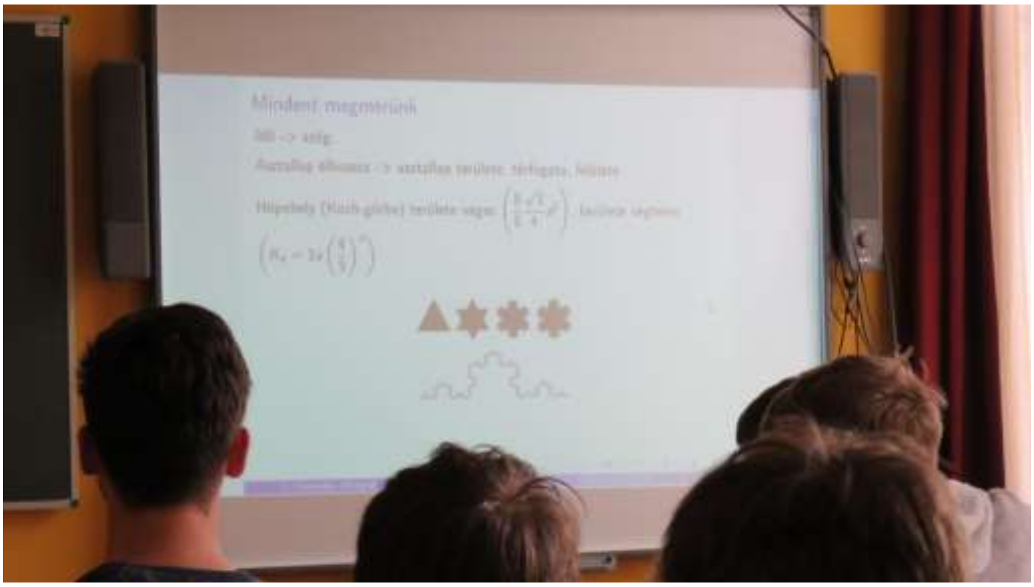
A mérés mindennapjaink része: mérjük az időt, mérjük a hosszát, szélét, vastagságát egy bútornak, mérjük a képátmérőt, mérjük a befektetett energiát. Miközben folyamatosan mérünk, jellemzően nem gondolunk arra, hogy egészen furcsa hétköznapi esetekkel is találkozhatunk, arra pedig végképp nem gondolunk, hogy konstruáljunk meghökkentő példákat. Egy ilyen hétköznapi eset például egy hópehely, melyet matematikus módra úgy alkotunk, hogy egy szabályos háromszög oldalait harmadolva, a középső harmadokra újabb és újabb szabályos háromszögeket illesztünk ad infinitum. Ezt Koch-féle görbének szokás hívni, és elemi matematikai eszközökkel meg lehet mutatni, hogy a görbe által határolt síkrész korlátos területű, ugyanakkor a görbe nem rektifikálható. Az energia, illetőleg munka mérése a hétköznapisága miatt szintén nem ébreszti bennünk föl a kíváncsiságot: vajon a gravitációs térben mekkora munka árán tudunk egy adott pontból egy másik pontba jutni, illetve hogyan is tudnánk azt kiszámítani? Azt már az iskolai tanulmányok során ismerjük meg, hogy bizonyos esetekben – ha az erőt az elmozdulás függvényében ismerjük és tudjuk is ezt a függvényt ábrázolni – az erő munkája és az erő, mint függvény grafikonja alá eső terület mértéke azonos. Nem mellesleg mind a terület, mind a kerület számításánál fölhasználjuk azt a gyerekkorunk óta velünk lévő eszközt, amit a matematika euklideszi-metrikának hív, és amely alkalmas például egyenes két pontja közötti távolság mérésére, de korántsem alkalmas megadni egy körív hosszát. Mit tegyünk, hogy a kör kerületét, területét kiszámolhassuk? És ha már itt tartunk egyáltalán mi az, hogy terület? Látszólag az előzőtől távol álló kérdés az, hogy mit értsünk egy függvény adott intervallumon vett integrálján. Cauchy éppen 200 évvel ezelőtt folytonos függvények kapcsán adott egy igen termékeny választ erre a kérdésre, melyet tanítványai és azok tanítványai (Dirichlet, Riemann, Darboux) mélyrehatóan vizsgáltak, míg végül Jordannél összeért a két szál: a Jordan-féle mérték és a ma Riemann-integrálnak hívott elmélet igen szép szinkronitást mutat, miközben az is kiderült, hogy számos további kérdésre nem ad választ. A Lebesgeu-féle mérték- és integrálelmélet szélesebb körben hasznosítható, mint a korábban vázolt.

Összefoglalva az alábbiakról volt szó: Mit jelent a hossz, a terület? Hogyan mérjük? Milyen meglepő esetekkel találkozunk nap mint nap, és milyenekkel nem találkozunk oly' gyakran? Mit jelent az, hogy egy függvény integrálható egy intervallumon és mi köze mindennek a területméréshez? A Riemann-integrál néhány nehézsége: milyen függvénynek létezik Riemann-integrálja? Hogyan lehet korrigálni a Riemann-integrál hiányosságait?

Köszönjük az előadást és a részvételt!

Szöveg: Dr. Csizmadia László és Seres Erzsébet
Képek: Seres Erzsébet




Mindent megmérünk